

文章编号 1004-924X(2010)10-2192-07

空间曲线切口式柔性铰的设计

李琳, 杨勇

(北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191)

摘要: 为了满足精密仪器连接部件的柔度和强度需求, 以切口曲线为二次曲面和圆柱面的相贯线的柔性铰为例, 研究了一类空间曲线切口式柔性铰的设计方法。推导了此类柔性铰转动柔度的一般设计计算公式, 分析了设计参数对柔度特性的影响, 在此基础上提出了此类柔性铰的设计方法。依据提出的方法设计了空间曲线切口式柔性铰, 并利用有限元分析方法对设计实例进行了柔度和强度校核, 同时建立了模态实验系统识别其柔度。结果表明, 两种柔度校核结果与设计计算公式结果吻合较好, 最大误差不超过5%, 验证了设计方法的有效性, 为此类柔性铰应用于精密仪器的工程设计提供了参考。此外, 文中给出的有限元建模分析方法以及试验测试方法也可用于相同类型的精密构件的力学特性研究与分析。

关键词: 柔性铰; 柔度; 有限元分析; 实验模态分析;

中图分类号: TH133 **文献标识码:** A **doi:** 10.3788/OPE.20101810.2192

Design of flexure hinges with space curve notches

LI Lin, YANG Yong

(School of Jet Propulsion, Beihang University, Beijing 100191, China)

Abstract: In order to satisfy the needs of compliances and strengths of transmission parts in a variety of precision instruments, the flexure hinges with space curve notches that are intersecting lines of quadric surfaces and cylinders were studied in detail. Firstly, a general design equation for calculating the rotation compliance of this kind of hinge was deduced, and the effects of the design parameters on the compliance characteristics were discussed. Based on the analyses, a design method of this kind of hinge was proposed, and a design example was used to illustrate the usage of the method. The compliance and the strength of the example were verified by finite element analysis and experiments. Results show that the obtained compliances from the three methods are in a good agreement, and the maximum error is less than 5%, which indicates that the design method is effective and can be used for engineering design of this kind of hinge. In addition, the finite element model method illustrated in this paper and the proposed model testing method can be used to determine the mechanical properties of this kind of hinge.

Key words: flexure hinge; compliance; finite element analysis; experiment modal analysis

收稿日期: 2009-12-27; 修订日期: 2010-03-25.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No. 60534020)

1 引 言

在一般机械结构中,人们多用球铰实现两个部件的转动连接,但球铰是刚性铰,球与球壳之间存在间隙,会在工作过程中产生摩擦、碰撞,甚至出现卡死等现象,而且球与球壳之间的间隙一般在微米量级上,难以满足精密仪器的要求。柔性铰是一种通过切口方式使局部刚性削弱,在力矩的作用下容易产生明显弯曲变形的构件,能在机械结构中起到铰链的作用。柔性铰利用材料的弯曲变形来代替刚性球铰中两个接触曲面之间的滑动和绕动,与球铰相比,它由于自身没有机械结构上的间隙,不需要润滑,运动平稳,具有无摩擦和碰撞的优势等而被广泛应用于陀螺仪、精密微动平台、激光焊接、主动振动控制平台等装置中^[1-2]。

常用的柔性铰根据其工作能力可分为 3 种类型,即单轴、双轴和万向柔性铰链。这些柔性铰的共同特点是其切口曲线均为平面曲线(万向铰切口的母线为平面曲线)。显然,柔性铰的特性与切口曲线的形式密切相关。针对不同的功能、精度以及运动范围需求,研究人员分别研究了单轴功能的(平面)直圆切口柔性铰^[3]、椭圆切口柔性铰^[4-5]、正割曲线切口^[6]以及混合型曲线切口柔性铰^[7],以及具有双轴功能的圆柱型柔性铰^[8]、直圆双轴柔性铰^[9]、双轴椭圆柔性铰^[10-11]以及复合型柔性铰^[12]等。为了与理想的转动连接结构一球铰的功能尽可能接近,柔性铰的转动刚度应该设计得尽可能低(理想铰的转动刚度为 0),但是其在轴线方向的线刚度应尽可能高(理想铰在任意一个轴线方向的线刚度为无穷大)。这种尽可能低的转动刚度和尽可能高的轴线刚度的要求从结构设计上来说很难得到统一。鉴于铰的主要功能是使连接的构件能够相对转动,一般为了最大限度地满足转动功能,在单轴、双轴和万向柔性铰设计中均把产生弹性变形的部分设计得非常薄细,但这种设计也同时降低了线刚度且易引起稳定性问题。文献^[13]给出了一种空间曲线切口式的柔性铰方案,将空心圆柱体在正交的两个方向上分别对称圆面切割,形成在两个正交方向上具有相同柔性的柔性铰,针对这种空间圆弧曲线切口式柔性铰进行了有限元分析并总结了其优越性,主要为:(1)各项弯曲刚度相等;(2)具有较高的轴

向刚度和较低的弯曲刚度和扭转刚度;(3)具有限位功能,不会出现因变形过大而损坏的现象。

本文对更一般的空间曲线切口式柔性铰的设计方法进行了研究,在此基础上给出了一个设计实例,并通过有限元分析以及实验模态参数识别方法验证了设计方法的正确性。

2 空间曲线切口式柔性铰的柔度

如前所述,柔性铰是通过切口方式使局部刚性削弱,在力矩的作用下产生明显弯曲变形的构件,它的变形集中在最薄弱的切口处,这也是决定柔性铰柔度的部位。对于空间曲线切口式柔性铰,由于其两个正交方向上的柔度可视为相互独立互不耦合,因此可以进行解耦分析。

设图 1 所示的空间曲线切口式柔性铰的圆柱内外半径分别为 r 和 R ,则内侧柱面方程为:

$$y^2 + z^2 = r^2. \quad (1)$$

用于形成切口的椭圆曲面的长半轴和短半轴分别为 a 、 b ,其曲面方程为:

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{[z - (a+t/2)]^2}{a^2} = 1, \quad (2)$$

式中 $t/2$ 为椭圆顶点的 z 轴坐标。

该曲面与圆柱面的相贯线(由方程和联立可得)即是切口曲线。空间曲线切口式柔性铰由具有 4 条(上下对称各 2 条)这样切口的空心圆柱体构成,2 条空间曲线的间距为 t 。

当柱面一端固定时,另一端可以绕 Y 轴自由转动,则 x_i 截面参数如图 1 阴影部分所示。设其绕 Y 轴方向的惯性矩为 $I_y(x_i)$,求解 $I_y(x_i)$ 为问题关键所在。

设宽为 dz 且平行于 Y 轴的狭长条的微元面积为 dA ,则:

$$dA = 2(\sqrt{(R^2 - z^2)} - \sqrt{(r^2 - z^2)})dz. \quad (3)$$

由截面惯性矩的定义可知:

$$I_y(x) = \int_A z^2 dA = \int_{-z_i}^{z_i} 2z^2(\sqrt{(R^2 - z^2)} - \sqrt{(r^2 - z^2)})dz, \quad (4)$$

式中 z 是关于 x 的函数,在第一象限内,由方程(2)可得:

$$z_i = \sqrt{b^2(1 - \frac{x_i^2}{a^2})} + (b + t/2). \quad (5)$$

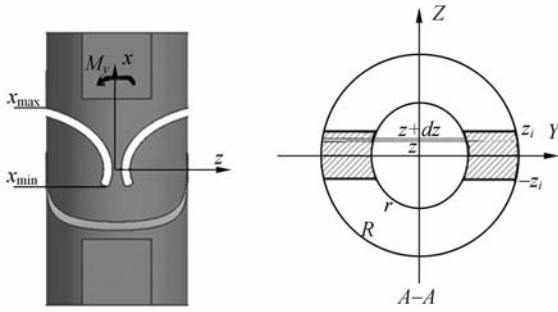
图 1 空间曲线切口式柔性铰及其单轴 $x=x_i$ 截面

Fig. 1 Flexure hinges with space curve notches and a single axis section at $x=x_i$

柔性铰弯曲转动的柔度即转角刚度 K_θ 的倒数,可由定义(单位弯矩作用下产生的转角)得到,根据材料力学理论,

$$1/K_\theta = \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} \frac{1}{EI_y(x)} dx \approx \sum_{i=1}^n \frac{1}{EI_y(x_i)} \Delta x_i, \quad (6)$$

式中, x_{\min} 、 x_{\max} 分别代表切口在 X 方向上的最小值和最大值, n 代表在此区间内划分的微元数目。

3 结构参数对柔度的影响

综合公式(4)~(6)可知柔性铰绕 Y 轴或 Z 轴的转动柔度与柔性铰的内径 r 、外径 R 、椭圆长短半轴 a 和 b 、两切口间距 t 以及曲线截断参数 x_{\min} 等有关,其中内径、外径及高度由连接结构的许用空间决定。设由连接结构许用空间确定的结构参数分别为: $R=8$ mm, $r=4$ mm, $H=27$ mm, 以下讨论切口形状参数、曲线的截断参数以及切口间距对柔性铰柔度的影响。

3.1 切口形状参数 b/a 的影响

设 a 为椭圆的长轴,当 $b/a < 1$ 时,切口形状对应于深切口椭圆^[5];当 $b/a > 1$ 时,切口形状对应于浅切口椭圆;当 $b/a = 1$ 时,切口呈圆形。图 2 给出铰的柔度随比值 a/b 的变化规律(计算中取 $a=12$ mm)。该曲线表明两切口间距一定时,当切口形状逐渐由深切口向浅切口变化时,铰的柔度增大,这是因为薄弱部分的高度增加了。图 2 还表明,这种柔度改变的速率与两切口的间距有关,间距越小,切口形状的改变对柔度越敏感。

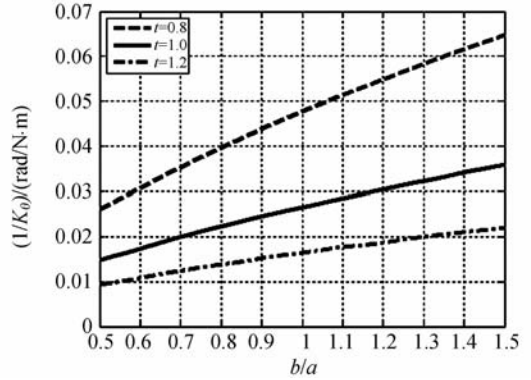
图 2 切口形状参数 b/a 对柔度的影响

Fig. 2 Effect of parameter b/a on compliance

3.2 切口间距 t 的影响

图 3 给出对应于许用空间所决定的结构尺寸 (R 、 r 和 H) 铰的柔度随切口间距 t 的变化规律。图中的 3 条曲线分别代表 3 种不同的典型切口形式。由图 3 可知,切口间距 t 对铰的柔度影响较为显著,减小 t 会使柔度急剧增大。但是在通过减小 t 获得较大的柔度时,需注意铰的最大应力产生在间距最小的截面处,同时其轴向刚度也会随之降低。因此选定 t 后需对间距最小截面的强度及轴向刚度进行校核。

图 3 还表明参数 t 对柔度的影响基本与切口形式无关。

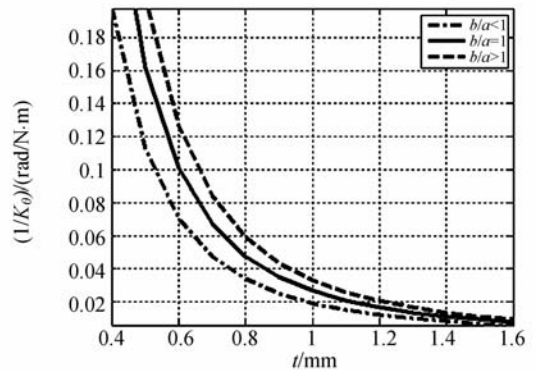
图 3 切口间距 t 对柔度的影响

Fig. 3 Effect of parameter t on compliance

3.3 切口曲线截断参数的影响

由图 1 可以看出,切口曲线的截断参数 $x_{\min} < x_{\max} < b$ 。图 4 给出对应于 3 种不同的切口形式, x_{\min}/b 对柔度的影响规律。从图中可以看出随着截断参数 x_{\min} 的增加铰的柔度也明显增大,这是因为铰的薄弱部分的高度增加了。当 $x_{\min} >$

x_{\max} 时,结构的形状不再改变,因而铰的柔度也不再改变。

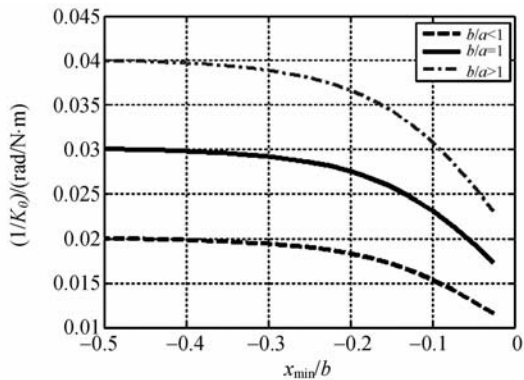


图 4 x_{\min} 对柔度的影响

Fig. 4 Effect of parameter x_{\min} on compliance

3.4 切口宽度 δ

切口宽度 δ 可以在柔性铰承受大载荷时起到限制柔性铰变形过大的作用,从而提高柔性铰工作的安全性和稳定性。柔度计算公式与切口宽度 δ 无关,故 δ 的改变对柔性铰的柔度没有直接影响。由具体的结构参数可得最大变形与切口宽度的计算关系,因此可根据具体的应用情况选择切口宽度 δ ,以保证柔性铰在最大变形范围内正常工作,并确保使用过程中的安全与稳定。

4 设计方法

结合上面的讨论可以得出空间曲线切口式柔性铰的设计方法,归纳如下:

(1)选定材料,即确定弹性模量 E 。由于柔性铰链是通过材料的弹性变形来工作的,所以选用材料需具有良好的弹性恢复性能及刚度,用于金属结构的柔性铰可选择弹簧钢(65 Mn)或铍青铜(QBe₂)作为基体材料;

(2)根据许用空间确定外形尺寸: R 、 r 和 H ;

(3)根据外径 R ,在保证长半轴 $a > R$ 的情况下选取适当的 a 值,并根据高度决定切口形式(深切口、浅切口或圆弧形切口);

(4)根据转动角度需求以及所承受的载荷对柔度需求进行估算,基于此选择 b/a 值和切口间距 t ;

(5)切口曲线截断参数 x_{\min} 可先取为 0,然后根据柔度计算结果决定增加的量值;

(6)将初步确定的参数代入公式(4)~(6)计

算铰的柔度,不符合设计要求返回步骤(4),对 b/a 、 x_{\min} 和 t 进行调整,重新核算柔度要求,直到符合为止;

(7)对最薄弱截面进行强度及轴向刚度的校核,如不符合要求还需根据图 2、3、4 所示规律对各设计参数进行调整。

5 实例研究

以下给出依据上述方法设计的空间曲线切口式柔性铰的实例。

5.1 结构设计

柔性铰的外形尺寸(由许用空间决定)为 $R = 8$ mm, $r = 4$ mm, $H = 28$ mm。要求柔性铰能够转动(弯曲)角度 0.15° ,可承受 50 N 的轴向载荷,且柔性铰在极限工况下产生的最大弯矩不得大于 1.05 N·m。

首先选用弹簧钢 65 Mn 作为柔性铰的材料。材料参数为:弹性模量 $E = 200$ GPa,密度 $\rho = 7.93 \times 10^3$ kg/m³,泊松比 $\mu = 0.3$,许用应力 $[\sigma] = 342$ MPa。再根据柔性铰转动(弯曲)角度 0.15° 时产生的最大弯矩不得大于 1.05 N·m 这一设计条件,估算出柔性铰的柔度需大于 0.0026 rad/N·m。按深切口形式设计切口曲线:先根据外形尺寸以及柔度需求,参考图 2、图 3 选择 $a = 12$ mm, $b = 8$ mm, $t = 1$ mm,代入公式(12)计算柔度,再通过对 x_{\min} 取值使柔度进一步减小,最终确定的 $x_{\min} = -2$ mm,对应的柔性铰的弯曲柔度 $1/K_\theta = 0.0191$ rad/N·m,此值远大于最小柔度要求,且最危险截面的应力 $\sigma_{\max} = 110$ MPa,此值也远小于许用应力。

5.2 加工方法

该柔性铰的加工方法如下:首先加工一个高度为 H 、内外半径分别 r 和 R 的空心圆柱体;然后将圆柱体水平固定在加工台上,采用数控电火花线切割加工方法进行柔性部分的加工。根据设计参数确定椭圆弧线切割路径 A (参见图 5),椭圆弧线 B 与其间隙为 δ 。切割线从 A 弧切入圆柱体,按照固定的椭圆路径从 B 弧切出,然后再对称的进行另一个路径的切割。完成之后将圆柱体颠倒并绕轴向转动 90° 放置,重复前述线切割,得到与弧 A 、弧 B 正交的两条切口,即完成了柔性铰的加工。设计与加工的柔性铰实物如图 6 所示。

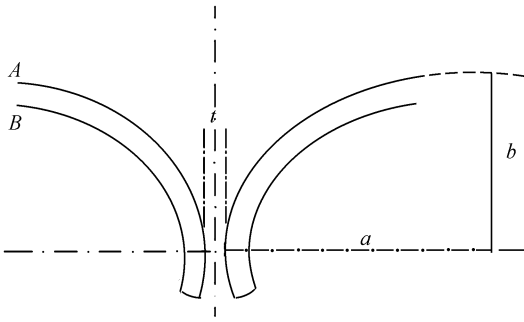


图 5 线切割路径

Fig. 5 Wire-electrode cutting trail



图 6 设计与加工的柔性铰

Fig. 6 Actual hinge

5.3 性能校核

借助 Ansys 有限元结构分析软件对所加工的柔性铰的柔度进行分析,同时通过计算应力水平对其强度进行校核。

由于柔性铰结构外形较为复杂,不易在 ANSYS 中直接建模,可借助 UG 三维设计软件建立其几何模型,并将模型以 Parasolid 格式导出成为 ANSYS 可识别的模型格式,再将其导入 ANSYS 模型。为了提高计算精度,本文采用具有 10 节点的 Solid92 实体单元,建立的有限元几何模型如图 7 所示。

分析模型的约束条件为一端固定,在另一端施加弯矩载荷,通过检测相应方向上的转角,即可得到此柔性铰在该方向上的柔度。值得注意的是,由于 Solid92 单元节点不具备转动自由度,因此无法在加载端施加弯矩。本文的处理方法是在顶端创建一个无质量的 Mass21 质点单元,并与顶端面做刚化约束处理,此方法在一端固支的圆柱梁柔度有限元求解上进行验证,与解析解结果

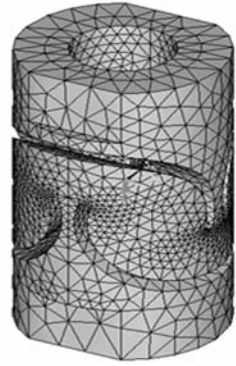


图 7 柔性铰的有限元模型

Fig. 7 Finite element model of the hinge

相比具有较高的精度,这种处理方法大大简化了施加载荷的过程。

在顶端加载点施加单位弯矩后,可得加载质点的偏转角度 $\theta = 0.0199 \text{ rad/N} \cdot \text{m}$,对应的柔度 $1/K_\theta = 0.0199 \text{ rad/N} \cdot \text{m}$ 。

当在加载点施加轴向载荷 $F_{\max} = 50 \text{ N}$ 和转角 $\theta = 0.15^\circ$ 时,相应的应力分布图如图 8 所示,其最大应力发生在最小厚度 t 的截面边缘,其值为 112 MPa ,满足强度要求。

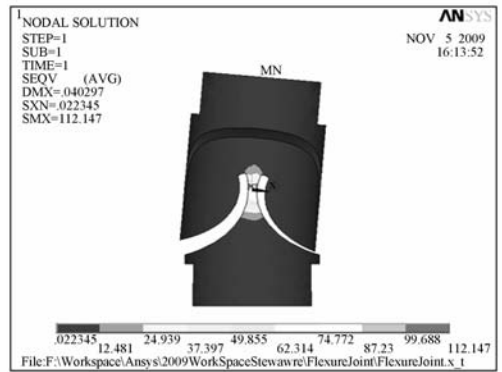


图 8 最大载荷时应力分布图

Fig. 8 Stress drawing with maximum load

5.4 实验验证

一般来说,对于部件的刚度测试大多采用电子万能试验机,但柔性铰属于精密仪器构件,其运动范围很小,万能试验机极易对柔性铰造成破坏,因此本文采用实验模态参数识别的方法来获得柔性铰的柔度。具体方案如下:将柔性铰的一端固定在试验台上,另一端连接一附加质量块,采用多点激励单点拾振的实验模态分析方法可获得系统的固有频率及相应的振型。具体实验中以力锤为

激励工具,加速度传感器为响应信号采集设备,实验装置如图 9 所示。

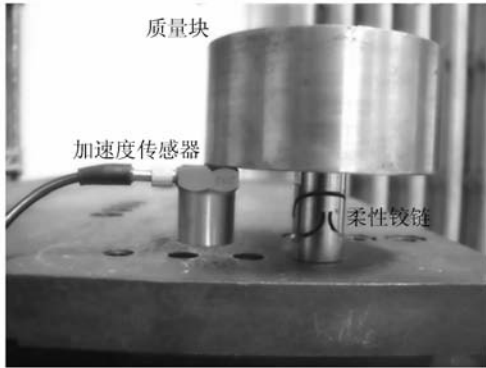


图 9 模态实验装置

Fig. 9 Modal experimental set-up

该装置的力学模型可近似为在两个正交方向解耦的单自由度振动系统,其固有频率为:

$$f_y = f_z = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_\theta}{J}}, \quad (7)$$

式中: K_θ 为柔性铰的弯曲刚度, J 为质量块相对于转动中心(最薄弱截面)的转动惯量。实验中采用的圆柱形质量块的材料为普通钢,直径为 70 mm,高度为 35 mm,质量为 1 kg,容易求得 $J = 1.443 6 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 。模态实验得到的 $f_y \approx f_z = 30.3 \text{ Hz}$,代入公式,可得 $1/K_\theta = 1/(2\pi f_y)^2 \cdot J = 0.019 1 \text{ rad/N} \cdot \text{m}$ 。

参考文献:

- [1] CHEN G M, LIU X Y, GAO H W, *et al.*. A generalized model for conic flexure hinges [J]. *Review of Scientific Instruments*, 2009, 80(5):055106.
- [2] 王乐锋, 荣伟彬, 孙立宁. 三支链六自由度并联柔性铰微动机器人的研究[J]. *光学精密工程*, 2007, 15(4):529-534.
WANG L F, RONG W B, SUN L N. Research on a three-link six-dof micromanipulator with flexure hinges [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2007, 15(04): 529-534. (in Chinese)
- [3] 张志杰, 袁怡宝. 单边导角形柔性铰链的计算与性能分析[J]. *光学精密工程*, 2007, 15(4):384-389.
ZHANG Z J, YUAN Y B. Design calculation and

表 1 给出柔性铰柔度的设计值、校核值和实测值的比较,误差不超过 5%。该结果说明了本文研究的空间曲线切口式柔性铰的设计方法的正确性。

表 1 转动柔度结果比较

Tab. 1 Comparison of results of

	rotational compliance		(rad/N · m)
方法	设计值	有限元校核值	实验结果
转动柔度	0.019 1	0.019 9	0.019 1

6 结 论

本文给出了空间曲线切口式柔性铰的设计方法。尽管文中讨论的是椭圆及圆弧形切口式柔性铰,但该方法也适用于双曲线和抛物线等二次曲线切口的柔性铰。采用该方法可以根据许用空间的大小以及结构对转动连接件柔度/刚度的要求决定空间曲线切口式柔性铰的切口形式,设计切口参数。文中给出了设计实例,并通过有限元分析以及实验模态分析校核其柔度,结果与设计计算公式结果吻合较好,最大误差不超过 5%,表明了该方法的可行性与正确性。此外,文中给出的有限元建模与分析方法以及试验测试方法也可为此类精密构件力学特性的研究与分析提供参考。

- analysis of half corner-filletted flexure hinge [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2007, 15(4):384-389.
- [4] CHEN G M, SHAO X D, HUANG X B. A new generalized model for elliptical arc flexure hinges [J]. *Review of Scientific Instruments*, 2008, 79(9):095103.
- [5] 陈贵敏, 韩琪. 深切口椭圆柔性铰链[J]. *光学精密工程*, 2009, 17(3):570-575.
CHEN G M, HAN Q. Deep-notch elliptical flexure hinges [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2009, (3):570-575. (in Chinese)
- [6] 张志杰, 袁怡宝. 正割曲线形柔性铰链的计算与分析[J]. *工程力学*, 2008, 25(2):88-92.
ZHANG Zh J, YUAN Y B. Design calculation and analysis of secant flexure hinges [J]. *Engineering*

- Mechanics*, 2008,25(2):88-92. (in Chinese)
- [7] 陈贵敏, 贾建援, 勾燕洁. 混合型柔性铰链研究[J]. 仪器仪表学报, 2004,25(4):110-112.
CHEN G M, JIA J Y, GOU Y J. Study on a hybrid flexure hinge [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2004,25(4):110-112. (in Chinese)
- [8] DONG W, SUN L N, DU ZH J. Stiffness research on a high-precision, large-workspace parallel mechanism with compliant joints [J]. *Precision Engineering*, 2008,32(3):222-231.
- [9] 沈健, 谢祖强, 朱仁胜, 等. 双轴柔性铰链转动柔度的计算与分析[J]. 上海交通大学学报, 2007,41(9):1514-1517.
SHEN J, XIE Z Q, ZHU R S, *et al.*. The design calculation and analysis of double-axis flexure hinges [J]. *Journal of Shanghai Jiaotong University*, 2007,41(9):1514-1517. (in Chinese)
- [10] LOBONTIU N, GARCIA E. Two-axis flexure hinges with axially-located and symmetric notches [J]. *Comput. Struct.*, 2003,81:1329-1341.
- [11] 曹锋, 焦宗夏. 双轴椭圆柔性铰链的设计计算[J]. 工程力学, 2007,24(04):178-182.
CAO F, JIAO Z X. Design of double-axis elliptical flexure hinges [J]. *Engineering Mechanics*, 2007,24(04):1329-1341. (in Chinese)
- [12] 高艳蕾, 李琳. 用于大载荷主动振动控制平台的柔性铰链设计和实验研究[J]. 机械设计与制造, 2009,(06):101-103
GAO Y L, LI L. The design and experiment of the flexible hinge used on the active vibration isolation platform with high payload [J]. *Machinery Design & Manufacture*, 2009,(06):101-103. (in Chinese)
- [13] 程磊, 王代华. 一种高轴向刚度三轴转动柔性铰的有限元分析与模拟[J]. 机械设计, 2009,26(1):9-13
CHENG L, WANG D H. Finite element analysis and simulation on a kind of 3 axle rotary flexible hinge with high axial rigidity [J]. *Journal of Machine Design*, 2009,26(1):9-13. (in Chinese)

作者简介:



李琳(1956—),女,河北唐山人,博士,教授,博士生导师,1983年于西南交通大学获得学士学位,1988年于法国玛丽居里大学获得博士学位,主要从事航空动力结构振动控制、智能结构及其应用的研究。E-mail: feililin@buaa.edu.cn

通讯作者:



杨勇(1981—),男,河南信阳人,博士研究生,2004年于北京理工大学获得学士学位,主要从事基于超磁致伸缩智能材料的智能结构设计及其在微振动与微位移控制中应用的研究。E-mail: youngbrave@foxmail.com